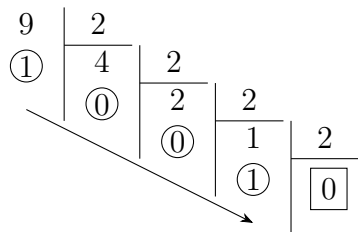


## Solution de Série TD1

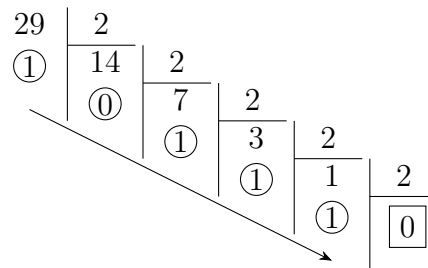
### Exercice 1

#### Conversion Décimal-Binaire :

$$(9)_{10} = (\underline{1001})_2$$

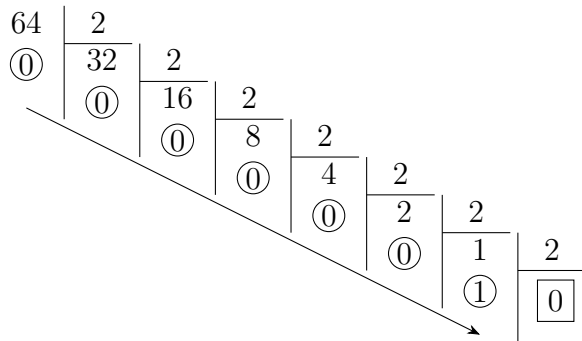


$$(29, 625)_{10} = (\underline{11101}, \underline{101})_2$$

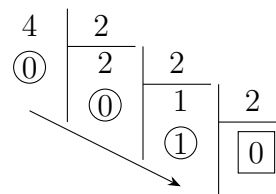


$$\begin{aligned}
 0,625 \times 2 &= \textcircled{1}, 250 \\
 0,250 \times 2 &= \textcircled{0}, 500 \\
 0,500 \times 2 &= \textcircled{1}, \boxed{000}
 \end{aligned}$$

$$(64)_{10} = (\underline{1000000})_2$$

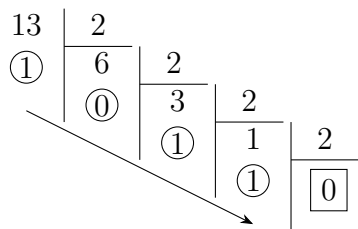


$$(4, 6)_{10} = (\underline{100}, \underline{1001\dots})_2$$



$$\begin{aligned}
 0,6 \times 2 &= \textcircled{1}, 2 \\
 0,2 \times 2 &= \textcircled{0}, 4 \\
 0,4 \times 2 &= \textcircled{0}, 8 \\
 0,8 \times 2 &= \textcircled{1}, 6 \\
 0,6 \times 2 &= \textcircled{1}, 2
 \end{aligned}$$

$$(13, 75)_{10} = (\underline{1101}, \underline{11})_2$$



$$\begin{aligned}
 0,75 \times 2 &= \textcircled{1}, 50 \\
 0,50 \times 2 &= \textcircled{1}, \boxed{00}
 \end{aligned}$$

## Conversion Binaire-Décimal :

$$\begin{aligned}(10)_2 &= 2^1 \cdot 1 + 2^0 \cdot 0 \\ &= \boxed{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(1011)_2 &= 2^3 \cdot 1 + 2^2 \cdot 0 + 2^1 \cdot 1 + 2^0 \cdot 1 \\ &= 8 + 2 + 1 \\ &= \boxed{11}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(101101)_2 &= 2^5 \cdot 1 + 2^4 \cdot 0 + 2^3 \cdot 1 + 2^2 \cdot 1 + 2^1 \cdot 0 + 2^0 \cdot 1 \\ &= 32 + 8 + 4 + 1 \\ &= \boxed{45}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(0001110)_2 &= 2^3 \cdot 1 + 2^2 \cdot 1 + 2^1 \cdot 1 + 2^0 \cdot 0 \\ &= 8 + 4 + 2 \\ &= \boxed{14}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(110001, 11)_2 &= 2^5 \cdot 1 + 2^4 \cdot 1 + 2^3 \cdot 0 + 2^2 \cdot 0 + 2^1 \cdot 0 + 2^0 \cdot 1 + 2^{-1} \cdot 1 + 2^{-2} \cdot 1 \\ &= 32 + 16 + 1 + 1/2 + 1/4 \\ &= \boxed{49,75}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(1101, 101)_2 &= 2^3 \cdot 1 + 2^2 \cdot 1 + 2^1 \cdot 0 + 2^0 \cdot 1 + 2^{-1} \cdot 1 + 2^{-2} \cdot 0 + 2^{-3} \cdot 1 \\ &= 8 + 4 + 1 + 1/2 + 1/8 \\ &= \boxed{13,625}\end{aligned}$$

## Conversion Décimal-Octal :

$$(18)_{10} = (\underline{22})_8$$

$$\begin{array}{r|l} 18 & 8 \\ \hline \textcircled{2} & 2 \\ \hline & \textcircled{2} \\ \hline & \boxed{0} \end{array}$$

$$(65,25)_{10} = (\underline{101},2)_8$$

$$\begin{array}{r|l} 65 & 8 \\ \hline \textcircled{1} & 8 \\ \hline & \textcircled{0} \\ \hline & 1 \\ \hline & \textcircled{1} \\ \hline & \boxed{0} \end{array}$$

$$0,25 \times 8 = \textcircled{2}, \boxed{00}$$

$$(7)_{10} = (7)_8$$

$$\begin{array}{r|l} 7 & 8 \\ \hline \textcircled{7} & \boxed{0} \end{array}$$

$$(30,125)_{10} = (\underline{36},1)_8$$

$$\begin{array}{r|l} 30 & 8 \\ \hline \textcircled{6} & 3 \\ \hline & \textcircled{3} \\ \hline & \boxed{0} \end{array}$$

$$0,125 \times 8 = \textcircled{1}, \boxed{000}$$

## Conversion Octal-Décimal :

$$\begin{aligned} (14)_8 &= 8^1 \cdot 1 + 8^0 \cdot 4 \\ &= 8 + 4 \\ &= \boxed{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (101)_8 &= 8^2 \cdot 1 + 8^1 \cdot 0 + 8^0 \cdot 1 \\ &= 64 + 1 \\ &= \boxed{65} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (52)_8 &= 8^1 \cdot 5 + 8^0 \cdot 2 \\ &= 40 + 2 \\ &= \boxed{42} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (7,05)_8 &= 8^0 \cdot 7 + 8^{-1} \cdot 0 + 8^{-2} \cdot 5 \\ &= \boxed{7 + 5/64} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (200,13)_8 &= 8^2 \cdot 2 + 8^1 \cdot 0 + 8^0 \cdot 0 + 8^{-1} \cdot 1 + 8^{-2} \cdot 3 \\ &= 128 + 1/8 + 3/64 \\ &= \boxed{128 + 11/64} \end{aligned}$$

## Conversion Décimal-Hexadécimale :

$$(9)_{10} = (9)_{16}$$

$$\begin{array}{r|l} 9 & 16 \\ \hline \textcircled{9} & \boxed{0} \end{array}$$

$$(160, 25)_{10} = (\underline{A0}, 4)_{16}$$

$$\begin{array}{r|l|l} 160 & 16 & \\ \hline \textcircled{0} & 10 & 16 \\ & \textcircled{10} & \boxed{0} \end{array}$$

$$0,25 \times 16 = \textcircled{4}, \boxed{00}$$

$$(12)_{10} = (C)_{16}$$

$$\begin{array}{r|l} 12 & 16 \\ \hline \textcircled{12} & \boxed{0} \end{array}$$

$$(31, 75)_{10} = (\underline{1F}, C)_{16}$$

$$\begin{array}{r|l|l} 31 & 16 & \\ \hline \textcircled{15} & 1 & 16 \\ & \textcircled{1} & \boxed{0} \end{array}$$

$$0,75 \times 16 = \textcircled{12}, \boxed{00}$$

$$(29)_{10} = (\underline{1D})_{16}$$

$$\begin{array}{r|l|l} 29 & 16 & \\ \hline \textcircled{13} & 1 & 16 \\ & \textcircled{1} & \boxed{0} \end{array}$$

## Conversion Hexadécimale-Décimal :

$$\begin{aligned} (8)_{16} &= 16^0 \cdot 8 \\ &= \boxed{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (AA)_{16} &= 16^1 \cdot 10 + 16^0 \cdot 10 \\ &= 160 + 10 \\ &= \boxed{170} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2E)_{16} &= 16^1 \cdot 2 + 16^0 \cdot 14 \\ &= 32 + 14 \\ &= \boxed{46} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1F, E)_{16} &= 16^1 \cdot 1 + 16^0 \cdot 15 + 16^{-1} \cdot 14 \\ &= 16 + 15 + 14/16 \\ &= \boxed{31 + 7/8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (A0, 8)_{16} &= 16^1 \cdot 10 + 16^0 \cdot 0 + 16^{-1} \cdot 8 \\ &= 160 + 8/16 \\ &= \boxed{160,5} \end{aligned}$$

## Exercice 2

### Conversion Octal $\leftrightarrow$ Binaire $\leftrightarrow$ Hexadécimal :

$$(23)_8 = (\underline{010\ 011})_2$$

$$(1F)_{16} = (\underline{0001\ 1111})_2$$

$$(705)_8 = (\underline{0001'11\ 00'0\ 101})_2 = (1C5)_{16}$$

$$(143, 6)_8 = (\underline{001\ 100\ 011}, \underline{110})_2$$

$$(A2, AF)_{16} = (\underline{1010\ 0010}, \underline{1010\ 1111})_2$$

$$(65, 13)_8 = (\underline{0011'0\ 101}, \underline{001\ 0'1100})_2 = (35, 2C)_{16}$$

$$(\underline{110\ 100})_2 = (64)_8$$

$$(\underline{0001\ 0100\ 1110})_2 = (14E)_{16}$$

$$(4D)_{16} = (\underline{001'00\ 1'101})_2 = (115)_8$$

$$(\underline{011\ 001\ 111\ 001}, \underline{111\ 011\ 010\ 100})_2 = (3171, 7324)_8$$

$$(\underline{0111}, \underline{1110\ 1001\ 1101\ 1100})_2 = (7, E9DC)_{16}$$

$$(2D, FFC)_{16} = (\underline{0010\ 1'101}, \underline{111'1\ 11'11\ 1'100})_2 = (55, 7774)_8$$

Correspondence chiffre octal-binaire

Octal	Binaire
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

Correspondence chiffre hexadécimal-binaire

Hexadécimal	Binaire
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

### Exercice 3

1. La question pour quels sont les nombres qui ont la même représentation dans toutes les bases, c'est les nombre 0 et 1, donc :

$$(0)_2 = (0)_3 = (0)_4 = (0)_5 = (0)_6 = \dots \text{ et } (1)_2 = (1)_3 = (1)_4 = (1)_5 = (1)_6 = \dots$$

2. La question sur quels sont les mots qui ont une signification dans le format hexadécimal (en sachant que dans l'hexadécimal seulement A,B,C,D,E,F sont des chiffres) :

FFFF, ~~CACFH~~, BAC, ~~ROUE~~, ABCD.

3. La question est sur quels sont les chiffres utilisés dans une base  $b$  :

$$\text{chiffres} \in \{0, 1, \dots, b-1\}$$

4. La résolution de l'équation :  $(17)_{16} = (113)_x$

en appliquant le développement polynomial on a :

$$(17)_{16} = 16^1 \cdot 1 + 16^0 \cdot 7 = 16 + 7 = 23$$

et :

$$(113)_x = x^2 \cdot 1 + x^1 \cdot 1 + x^0 \cdot 3 = x^2 + x + 3$$

donc :

$$23 = x^2 + x + 3 \Leftrightarrow \boxed{x^2 + x - 20 = 0}$$

la résolution de l'équation en second degré donne :

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot -20 = 81$$

ainsi :

$$S_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-1 + 9}{2} = \boxed{4}$$

$$S_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-1 - 9}{2} = \boxed{\cancel{-5}}$$

la base  $x = 4$ , et ne peut pas être -5 puisque c'est un nombre négatif.

### Exercice 4

La détermination des couples de chiffres  $(x, y)$  de telle sorte que  $(xy)_7 = (yx)_{10}$

en appliquant le développement polynomial on aurait :

$$(xy)_7 = 7^1 \cdot x + 7^0 \cdot y = 7x + y$$

et :

$$(yx)_{10} = 10^1 \cdot y + 10^0 \cdot x = 10y + x$$

donc :

$$7x + y = 10y + x \Leftrightarrow \boxed{6x = 9y}$$

Deux conditions nécessaires pour trouver les chiffres  $x$  et  $y$  :

1. il doivent être des entiers, étant des chiffres.
2. et inférieurs à 7, parce que 7 est la base minimale pour écrire les chiffres.

On remplace  $y$  par les valeurs 0, 1, ..., 6 et on retient le couple si  $x$  satisfait les 2 conditions

On aurait :

$x$	$y$
0	0
3	2
6	4

## Exercice 5

1.

$$(11)_2 = 2^1 \cdot 1 + 2^0 \cdot 1 = (3)_{10}$$

$$(111)_2 = 2^2 \cdot 1 + 2^1 \cdot 1 + 2^0 \cdot 1 = (7)_{10}$$

$$(1111)_2 = 2^3 \cdot 1 + 2^2 \cdot 1 + 2^1 \cdot 1 + 2^0 \cdot 1 = (15)_{10}$$

la formule générale est :

$$\underbrace{(1111 \dots 1)}_n)_2 = \boxed{2^n - 1}$$

$$(10)_2 = 2^1 \cdot 1 + 2^0 \cdot 0 = (2)_{10}$$

$$(100)_2 = 2^2 \cdot 1 + 2^1 \cdot 0 + 2^0 \cdot 0 = (4)_{10}$$

$$(1000)_2 = 2^3 \cdot 1 + 2^2 \cdot 0 + 2^1 \cdot 0 + 2^0 \cdot 0 = (8)_{10}$$

la formule générale est :

$$\underbrace{(1000 \dots 0)}_n)_2 = \boxed{2^n}$$

2. ainsi :

$$\begin{aligned}(111\ 011)_2 &= (111\ 111)_2 - (100)_2 \\ &= (2^6 - 1) - 2^2 \\ &= (64 - 1) - 4 \\ &= \boxed{59}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(11\ 110\ 110\ 111)_2 &= (11\ 111\ 111\ 111)_2 - (1\ 000\ 000)_2 - (1\ 000)_2 \\ &= (2^{11} - 1) - 2^6 - 2^3 \\ &= (2048 - 1) - 64 - 8 \\ &= \boxed{1975}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(1\ 111\ 110\ 110\ 110)_2 &= (2^{13} - 1) - 2^6 - 2^3 - 1 \\ &= (8192 - 1) - 64 - 8 - 1 \\ &= \boxed{8118}\end{aligned}$$